

**Методичні вказівки**  
**до виконання лабораторних робіт з дисципліни**  
**«Електронні системи»**  
**для студентів спеціальностей**  
**153 – «Мікро- та наносистемна техніка» та**  
**171 – «Електроніка»**

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет

**Методичні вказівки  
до виконання лабораторних робіт  
з дисципліни «Електронні системи»  
для студентів спеціальностей  
153 – «Мікро- та наносистемна техніка» та  
171 – «Електроніка»**

Вінниця  
ВНТУ  
2017

Рекомендовано до друку Методичною радою Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки України (протокол № \_\_\_\_ від \_\_\_\_\_)

Рецензенти:

**С. Т. Барась**, кандидат технічних наук, професор

**О. С. Городецька**, кандидат технічних наук, доцент

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Електронні системи» для студентів спеціальностей 153 – «Мікро- та наносистемна техніка» та 171 – «Електроніка» / Уклад. Й. Й. Білинський, Б. П. Книш. – Вінниця : ВНТУ, 2017. – 51 с.

В даних методичних вказівках наводяться теоретичні відомості за темами дисципліни «Електронні системи», а також порядок виконання лабораторних робіт та оформлення звітів.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 Лабораторна робота № 1. Дослідження спектральних характеристик сигналу.....	5
2 Лабораторна робота № 2. Квантування сигналів.....	10
3 Лабораторна робота № 3. Дослідження випадкових процесів.....	18
4 Лабораторна робота № 4. Обробка зображень.....	26
5 Лабораторна робота № 5. Завадостійке кодування.....	34
6 Лабораторна робота № 6. Стиснення даних методом Шеннона-Фано.....	38
7 Лабораторна робота № 7. Стиснення даних методом Хаффмена.....	42
8 Лабораторна робота № 8. Стиснення даних методом за допомогою арифметичного кодування.....	46
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	50

## ВСТУП

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Електронні системи», що викладається на кафедрі електроніки та наносистем, включають в себе дослідження та аналіз спектральних характеристик сигналів, процесу квантування сигналів, дослідження випадкових процесів, завадостійке кодування, методи стиснення даних, а саме код Шеннона-Фано, код Хаффмена та арифметичне кодування.

Ця дисципліна є однією з базових дисциплін при підготовці інженерів та науковців в галузі електроніки. Це пов'язано з тим, що інтегровані системи комп'ютерної математики дозволяють отримувати не тільки дані, але й нову корисну інформацію на основі глибокого аналізу в результаті проведення обчислень різної складності без використання умов програмування. Велике число подібних розробок і бурхливий розвиток їх свідчить про значну зацікавленість у них у всьому світі. Знання та практичні навички, отримані при вивченні цієї дисципліни, будуть використовуватись студентами для вирішення практичних задач проектування та розрахунку електронних пристроїв.

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт розраховані на студентів, які навчаються за спеціальністю 153 – «Мікро- та наносистемна техніка» та 171 – «Електроніка». Також можуть бути корисними і для студентів інших спеціальностей, пов'язаних з проектуванням електронних пристроїв.

Лабораторні роботи виконуються на ПК в програмному середовищі Mathcad. В методичних вказівках наведено інструкції із синтезу і моделювання електронних схем в цьому програмному середовищі.

Основу методичних вказівок складають 8 лабораторних робіт, в яких необхідно дослідити та проаналізувати спектральні характеристики сигналів, процес квантування сигналів, випадкові процеси, завадостійке кодування, та методи стиснення даних.

Роботи оформлені доступно для сприйняття і відтворення з відповідними детальними інструкціями та ілюстраціями, тому студенти зможуть їх виконати без особливих ускладнень та отримати задоволення від здобутих знань та практичних навичок.

# 1 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 1

## ДОСЛІДЖЕННЯ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИГНАЛУ

**Мета роботи:** дослідити спектральні характеристики періодичних і неперіодичних сигналів та визначити практичну ширину спектра для них. Ознайомитись з основними параметрами і поданням детермінованих сигналів, теоретично оцінити їх спектральні характеристики.

### Теоретичні відомості

Відомо, що будь-яка періодична функція, що задовольняє умови Діріхле, може бути подана у вигляді нескінченної в загальному випадку суми гармонічних складових – рядом Фур'є. Умова Діріхле полягає в тому, що функція  $x(t)$  повинна бути обмеженою, кусково-неперервною та мати протягом періоду скінченне число екстремумів.

Відомо дві форми розкладання в ряд Фур'є: тригонометрична і комплексна. Тригонометрична форма розкладання наводиться у вигляді

$$x(t) = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(K\omega_0 t - \varphi_k), \quad (1.1)$$

де  $\frac{1}{2}A_0$  – постійна складова функції  $x(t)$ ;  $A_k \cos(K\omega_0 t - \varphi_k)$  – гармонічна складова;  $A_k$ ,  $K\omega_0$ ,  $\varphi_k$  – амплітуда, частота та початкова фаза, відповідно;  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$  – частота основної (першої) гармоніки.

Щодо математики, то зручніше оперувати комплексною формою ряду Фур'є, поданою у вигляді

$$x(t) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} A_k \exp(jK\omega_0 t), \quad (1.2)$$

де  $A_k \exp(jK\omega_0 t)$  – комплексна амплітуда гармонічної складової частоти  $\omega_k = K\omega_0$ .

Комплексна амплітуда визначається через тимчасову функцію  $x(t)$  за допомогою формули

$$A_k = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} x(t) \exp(-jK\omega_0 t) dt. \quad (1.3)$$

Сукупність амплітуд і відповідних частот гармонік прийнято називати спектром амплітуд. Сукупність початкових фаз і відповідних частот гармонік називають спектром фаз.

На рис. 1.1 подані графічні зображення спектра амплітуд і спектра фаз періодичного сигналу. Окремі спектральні складові у графічному зображенні спектра амплітуд називають спектральними лініями.

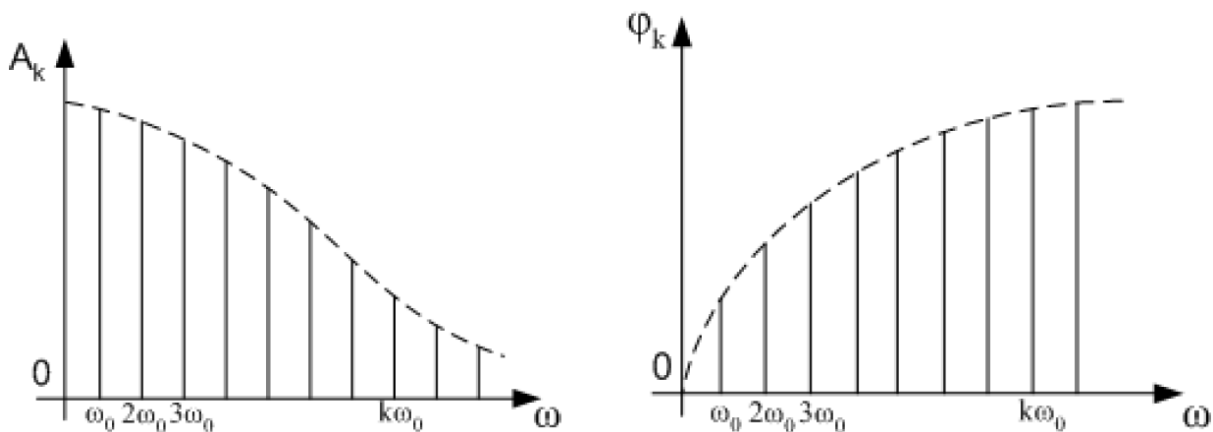


Рисунок 1.1 – Графічні зображення спектра амплітуд і спектра фаз періодичного сигналу

Практично всі канали зв'язку мають обмежену смугу пропускання. Отже, при передачі сигналу через реальний канал зв'язку може бути передана лише частина його частотного спектра.

За практичну ширину спектра сигналу приймають діапазон частот, в межах якого знаходиться найбільш вагома частина спектра сигналу. Вибір практичної ширини спектра сигналу визначається двома критеріями: енергетичним критерієм та критерієм допустимих спотворень форми сигналу.

Будь-який неперіодичний сигнал можна розглядати як періодичний, період зміни якого дорівнює нескінченності. В зв'язку з цим розглянутий раніше спектральний аналіз періодичних процесів може бути узагальнений і на неперіодичний сигнал.

Розглянемо як буде змінюватись спектр неперіодичного сигналу при необмеженому збільшенні періоду зміни сигналу. При збільшенні періоду  $T$  інтервали між суміжними частотами в спектрі сигналу і амплітуди спектральних складових зменшуються і в границі при  $T \rightarrow \infty$  стають нескінченно

малими величинами. При цьому ряд Фур'є, що відображає спектральний розклад неперіодичного сигналу.

Комплексна форма неперіодичного сигналу має вигляд

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)^* \exp(j\omega t) d\omega, \quad (1.4)$$

де  $S(j\omega) = S(\omega) \exp(j\varphi(\omega))$  – спектральна щільність сигналу;  $S(\omega) = |S(j\omega)|$  – амплітудно-частотна характеристика сигналу;  $\varphi(\omega)$  – фазо-частотна характеристика сигналу.

Попередній вираз називається формулою зворотного перетворення Фур'є.

Подання неперіодичної функції інтегралом Фур'є можливо при виконанні умов:

1. Функція  $x(t)$  задовольняє умові Діріхле;
2. Функція  $x(t)$  абсолютно інтегрована

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty. \quad (1.5)$$

Таким чином, спектр неперіодичного сигналу на відміну від спектра періодичного сигналу є суцільним і являє собою суму нескінченної кількості гармонічних складових з нескінченно малими складовими.

Амплітуди гармонічних складових можуть бути подані у вигляді

$$dA = \frac{1}{2\pi} S(j\omega) d\omega \quad (1.6)$$

звідки спектральна щільність визначається виразом

$$S(j\omega) = 2\pi \frac{dA}{d\omega}. \quad (1.7)$$

Спектральна щільність пов'язана з функцією часу через пряме перетворення Фур'є

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)^* \exp(-j\omega t) dt. \quad (1.8)$$



Спектральна щільність однозначно відображає неперіодичний сигнал і задовольняє умовам:

1.  $\lim_{\omega \rightarrow \infty} S(\omega) = 0;$

2. Модуль спектральної щільності є парною, а аргумент непарною функцією частоти –  $S(\omega) = S(-\omega)$  та  $\varphi(\omega) = -\varphi(-\omega)$ .

### Хід роботи

1. Обчислити перші шість пар коефіцієнтів розкладання в ряд Фур'є функції  $f(t)$  на відрізку  $[0, 2\pi]$ . Побудувати графіки 1, 2 і 3 гармонік. Виконати гармонічний синтез функції  $f(t)$  за 1, 2 та 3 гармоніками. Результати синтезу відобразити графічно.

2. Виконати класичний спектральний аналіз і синтез функції  $f(t)$ . Відобразити графічно спектри амплітуд і фаз, результат спектрального синтезу функції  $f(t)$ .

3. Виконати чисельний спектральний аналіз і синтез функції  $f(t)$ . Для цього необхідно задати вихідну функцію  $f(t)$  дискретно в 32 відліках. Відобразити графічно спектри амплітуд і фаз, результат спектрального синтезу функції  $f(t)$ .

4. Виконати спектральний аналіз і синтез функції  $f(t)$  за допомогою швидкого перетворення Фур'є (ШПФ). Для цього необхідно:

- задати вихідну функцію  $f(t)$  дискретно в 128 відліках;
- виконати пряме ШПФ  $fft$  і відобразити графічно знайдені спектри амплітуд і фаз перших шести гармонік;
- виконати зворотне ШПФ за допомогою функції  $ifft$  і відобразити графічно результат спектрального синтезу функції  $f(t)$ .

5. Виконати фільтрацію функції  $f(t)$  за допомогою ШПФ:

- синтезувати функції  $f(t)$  у вигляді корисного сигналу, поданого у вигляді 128 відліків вектора  $v$ ;
- до корисного сигналу  $v$  приєднати шум за допомогою функції  $rnd(rnd(2)-1)$  і сформувати вектор з 128 відліків зашумленого сигналу  $s$ ;
- перетворити сигнал із шумом  $s$  із часової області в частотну, використовуючи пряме ШПФ (функція  $fft$ ). У результаті вийде сигнал  $f$  з 64 частотних складових;
- виконати фільтруюче перетворення за допомогою функції Хевісайда (параметр фільтрації  $\alpha=2$ );

- за допомогою функції *ifft* виконати зворотне ШПФ і одержати вектор вихідного сигналу  $h$ ;

- побудувати графіки корисного сигналу  $v$  і сигналу, отриманого фільтрацією зашумленого сигналу  $s$ .

В звіті повинні бути подані часові та частотні діаграми характеристик сигналів, основні параметри, висновки за результатами досліджень.

### Варіанти завдання

Варіант	$f(t)$	Варіант	$f(t)$	Варіант	$f(t)$
1	$\frac{\cos t}{1 + \cos^2 2t}$	6	$\cos t \cos  \sin t $	11	$\sin(\sqrt{1+t^2})$
2	$\frac{\sin t}{1 + \cos^2 2t}$	7	$\arctg\left(\cos \frac{1}{2}t\right)$	12	$\cos(\sqrt{1+t^2})$
3	$\frac{\sin 2t + \sin^2 3t}{3 + \sin t + \cos 2t}$	8	$e^{\sin \frac{1}{3}t}$	13	$e^{-10(t-\pi)^2}$
4	$\frac{\sin 3t}{ \sin t  +  \cos t }$	9	$ \sin t  +  \sin 2t $	14	$e^{\cos \frac{1}{3}t}$
5	$\cos(e^{ \sin 3t })$	10	$\sin\left(\frac{1}{2}t\right)^2$	15	$e^{-\cos \frac{1}{2}t} \cos(\sin t)$

### Питання для перевірки

1. При яких умовах періодична функція може бути подана рядом Фур'є?
2. Що розуміють під спектром амплітуд?
3. Що розуміють під спектром фаз?
4. Які характерні особливості спектра періодичного сигналу?
5. Що розуміють під практичною шириною спектра періодичного сигналу?
6. Які відомі критерії вибору практичної ширини спектра сигналу?
7. При яких умовах неперіодична функція може бути подана інтегралом Фур'є?
8. Яким чином можна отримати спектр неперіодичного сигналу безпосередньо із спектра відповідного періодичного сигналу?
9. Які характерні особливості спектра неперіодичного сигналу?
10. Що розуміють під практичною шириною спектра неперіодичного сигналу?

## 2 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 2

### КВАНТУВАННЯ СИГНАЛІВ

**Мета роботи:** ознайомитися з методами квантування сигналів, дослідити параметри сигналів при квантуванні та відновленні, провести практичні розрахунки параметрів квантування.

#### Теоретичні відомості

Сигнали, які використовуються в сучасній апаратурі можна зберігати, передавати та обробляти як у вигляді неперервних, так і у вигляді дискретних. Враховуючи рівень розвитку обчислювальної техніки перевага надається використанню дискретних сигналів. Це обумовлено тим, що передача неперервних сигналів зустрічає труднощі, які пов'язані з появою апаратних помилок, що виникають внаслідок нестабільності параметрів ліній зв'язку і т. ін. В зв'язку з цим виникає необхідність у квантуванні сигналу для перетворення його в дискретний.

При квантуванні по рівню неперервна множина значень функції  $x(t)$  замінюється множиною дискретних значень. Для цього в діапазоні неперервних значень функції  $x(t)$  вибирається скінчена кількість дискретних значень цієї функції (дискретних рівнів) і в процесі квантування значення функції  $x(t)$  в кожен момент часу замінюється дискретним значенням, яке ближче до нього. В результаті квантування отримується ступінчаста функція  $x_g(t)$ .

Фактично квантування по рівню (рис. 2.1) може виконуватись двома шляхами. При першому миттєве значення функції  $x(t)$  замінюється меншим дискретним значенням. При другому методі квантування миттєве значення функції замінюється найближчим меншим або більшим значенням в залежності від того, яке з цих дискретних значень ближче до миттєвого значення функції. В цьому випадку перехід ступінчатої функції з одної ступені на іншу відбувається в ті моменти часу, коли початкова неперервна функція  $x(t)$  перетинає середину між відповідними сусідніми дискретними рівнями.

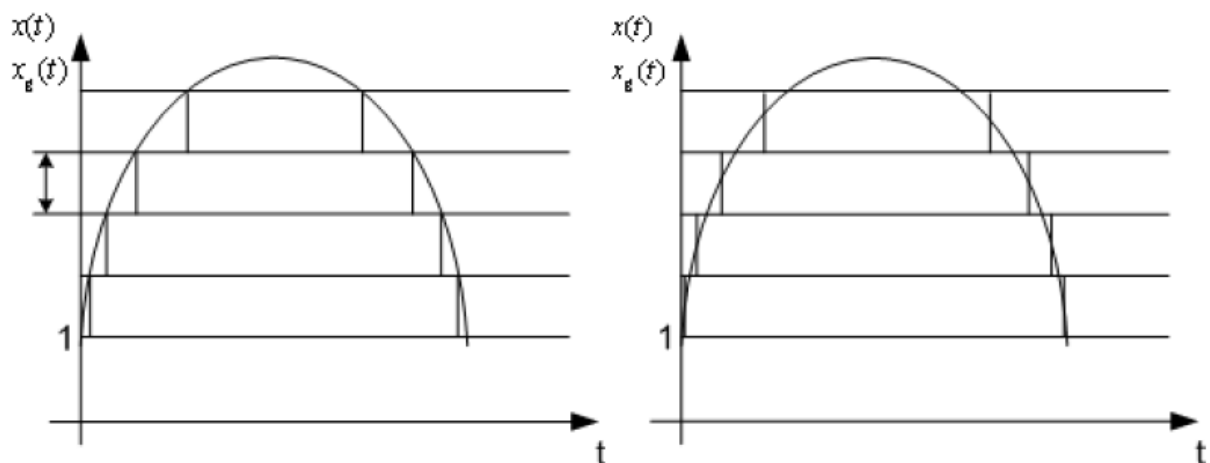


Рисунок 2.1 – Квантування за рівнем

При квантуванні по часу неперервна по аргументу функція  $x(t)$ , яка описує сигнал, перетворюється в функцію  $x_g(t)$  дискретного аргументу (рис. 2.2).

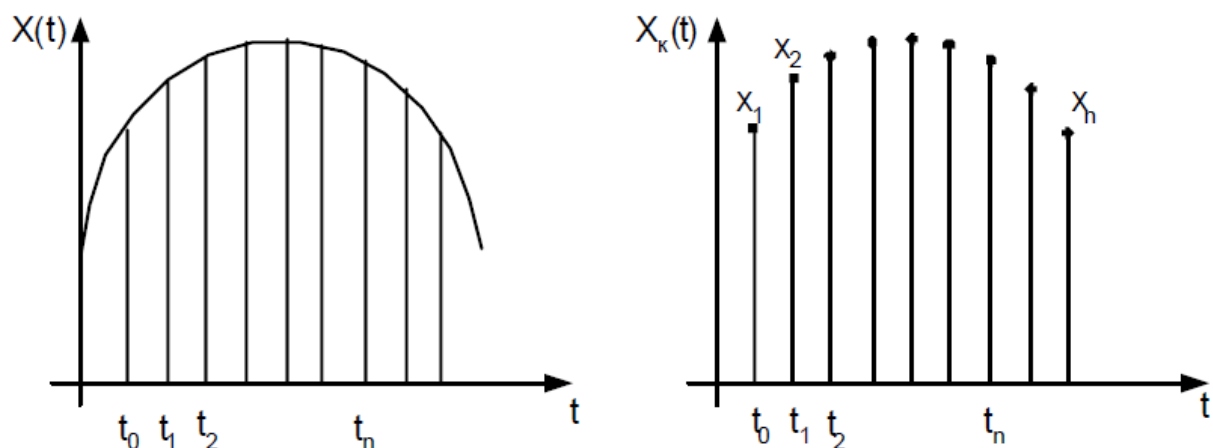


Рисунок 2.2 – Квантування в часі

Таке перетворення може бути виконано шляхом заміни функції її миттєвими значеннями в певні моменти часу:  $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$ . В результаті функція  $x(t)$  буде описуватися сукупністю її миттєвих значень  $x_g(t_i)$ , де  $i=\{0 \dots n\}$ .

Часовий інтервал  $T_k=t_i-t_{i-1}$  між двома сусідніми фіксованими моментами часу, в межах яких задається функція, називається інтервалом часового квантування. Величина, обернена до інтервалу часового квантування називається частотою квантування

$$f_k = \frac{1}{T_k}.$$

Квантування сигналів по часу може бути рівномірним та нерівномірним. У випадку рівномірного квантування інтервал квантування  $T_k$  – величина постійна і вибирається на основі апріорних відомостей про характеристики сигналу. При нерівномірному квантуванні інтервал квантування змінюється за певним законом (в залежності від динамічної зміни характеристик сигналу). Відомо кілька критеріїв вибору інтервалів часового квантування. До них відносяться: частотний критерій В.А. Котельникова та кореляційний критерій Н.А. Железнова.

Частотний критерій Котельникова базується на теоремі Котельникова: якщо неперервна функція  $x(t)$  відповідає умовам Діріхле (тобто, обмежена, кусково-неперервна і має кінцеву кількість екстремумів) та її спектр обмежений деякою частотою  $f_c$ , то вона повністю визначається послідовністю своїх значень в точках, які розташовані одна від одної на відстані

$$T_k = \frac{1}{f_k}.$$

Аналітично теорема Котельникова записується інтерполяційним рядом

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta t) \frac{\sin(\omega_c(t - k\Delta t))}{\omega_c(t - k\Delta t)}, \quad (2.1)$$

$$\text{де } \Delta t = \frac{\pi}{\omega_c} = \frac{1}{2f_c}.$$

З формули (2.1) видно, що неперервна функція з обмеженим спектром може бути подана у вигляді суми нескінченно великої кількості членів, кожний з яких є множником функції виду  $\frac{\sin y}{y}$  (функції відліку) та коефіцієнта  $x(k\Delta t)$ , який визначає значення функції  $x(t)$  в момент відліку.

Функція виду  $\frac{\sin \omega_c \tau}{\omega_c \tau}$  являє собою реакцію ідеального фільтра нижніх частот з граничною частотою  $\omega_c$  на дельта-функцію. Тоді, якщо через такий фільтр пропустити квантований по часу сигнал з частотою

квантування  $f_c = 2f_c = \frac{\omega_c}{\pi}$ , то знаходячи добуток вихідних сигналів фільтра, можна отримати вихідний неперервний сигнал функції  $x(t)$ .

При використанні теореми Котельникова для квантування сигналів реальний спектр сигналу умовно обмежують деяким діапазоном частот від нуля до  $\omega_c$ , в якому зосереджена основна частина енергії спектра сигналу.

Енергія сигналу, що відсікається призводить до появи похибки, яка в загальному вигляді наводиться відношенням енергії відсіченої частини сигналу до загальної енергії сигналу. Але похибку зручніше виразити як дисперсію приведеної похибки

$$D_\omega = \frac{\gamma \omega_c P_T}{(x_{\max} - x_{\min})^2}, \quad (2.2)$$

$$\text{де похибка дорівнює } \gamma \omega_c = \frac{\int_0^x S(j\omega)^2 d\omega}{\int_0^\infty S(j\omega)^2 d\omega}. \quad (2.3)$$

Середня потужність сигналу може бути обчислена по формулі

$$P_T = \frac{1}{\pi T_c} \int_0^\infty |S(j\omega)|^2 d\omega = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} x^2 \omega(x) dx. \quad (2.4)$$

Якщо відомі  $D_\omega$ ,  $x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  та спектри функції  $x(t)$  можливо визначити частоту, яка обмежує спектр сигналу.

Труднощі практичної реалізації методів Котельникова та Железнова обумовлюють необхідність використання в ряді випадків інших методів вибору необхідної частини квантування сигналів за часом. У тих випадках коли закон зміни безупинної функції з визначеною вірогідністю відомий, доцільним може виявитись метод, заснований на заміні вихідної функції апроксимуючою. У загальному випадку вихідна функція апроксимується поліномом, крива якого збігається з кривою функції для заданих дискретних моментів часу. При цьому інтервали тимчасового квантування повинні вибиратися таким чином, щоб у їхніх межах максимальна величина чи середнє квадратичне значення відхилення апроксимуючої функції від вихідної не перевищували припустимих значень.

На практиці найбільш часто застосовується кусково-лінійна (рис 2.3) чи східчаста апроксимація.

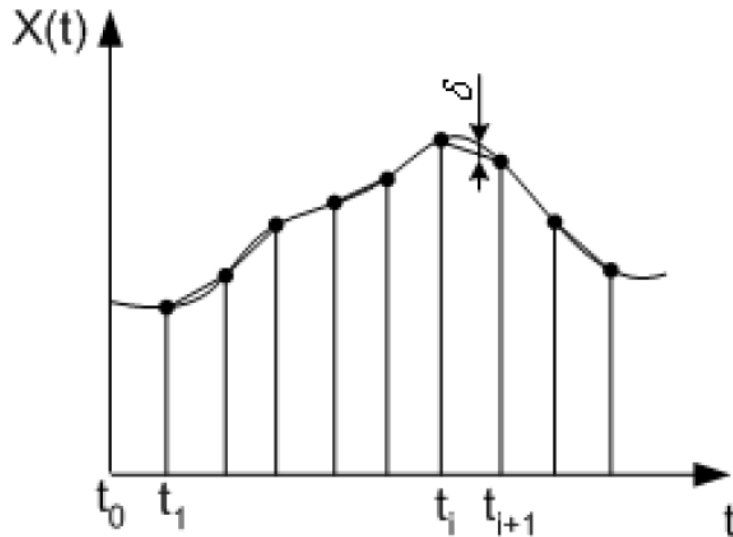


Рисунок 2.3 – Кусково-лінійна апроксимація

При кусково-лінійній апроксимації поліномом першого порядку всі точки кривої вихідної функції, що відповідають відліковим моментам часу, з'єднуються відрізками прямих. Якщо дотримуватись критерію найбільшого відхилення, то вибір частоти квантування потрібно робити з умови, щоб відхилення апроксимуючої ламаної прямої від вихідної функції на кожному із інтервалів дискретизації не перевищувало б заданого значення.

Задача може бути вирішена за допомогою інтерполяційної формули Ньютона, відповідно до якої значення функції для будь-якого моменту часу у середині інтервалу  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  визначається виразом  $x^*(t) = x(t_i) + a_i(x(t_{i+1}) - x(t_i))$ , де

$$a_i = \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i}. \quad (2.5)$$

У розглянутому випадку залишковий член наводиться в такий спосіб

$$L(t) = \frac{1}{2} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} (t - t_i)(t - t_{i+1}). \quad (2.6)$$

Очевидно, максимальне значення похибки апроксимації

$$|\delta|_{\max} = |L(t)|_{\max} = \frac{1}{2} \left( \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right)_{\max} \left( \frac{t_{i+1} - t_i}{2} \right) = \frac{1}{8} \left( \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right)_{\max} \Delta_t^2. \quad (2.7)$$

Отже, задаючись допустимою похибкою апроксимації  $\delta_{\max}$ , можна визначити інтервал і частоту квантування

$$\Delta t = \sqrt{\frac{8\delta_{\max}}{\left( \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right)_{\max}}}; \quad (2.8)$$

$$f_k = \sqrt{\frac{\left( \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right)_{\max}}{8\delta_{\max}}}. \quad (2.9)$$

При східчастій апроксимації поліномом нульового порядку значення функції в будь-який момент часу  $t$  в інтервалі  $t_i \leq t \leq t_{i+1}$  визначають за значенням функції  $x(t)$ , зафіксованої в момент  $t_i$ . Залишковий член інтерполяційної формули визначається в цьому випадку виразом

$$L(t) = \frac{dx(t)}{dt} (t - t_i). \quad (2.10)$$

Максимальне значення похибки апроксимації

$$|\delta|_{\max} = |L(t)|_{\max} = \left( \frac{dx(t)}{dt} \right)_{\max} \Delta t. \quad (2.11)$$

звідки необхідні значення інтервалу і частоти квантування визначаються виразами

$$\Delta t = \frac{|\delta|_{\max}}{\left( \frac{dx(t)}{dt} \right)_{\max}}; \quad (2.12)$$

$$f_k = \frac{\left( \frac{dx(t)}{dt} \right)_{\max}}{|\delta|_{\max}}. \quad (2.13)$$



Критерій найбільшого відхилення відноситься до детермінованого випадку, коли передбачається відомий закон зміни вихідної функції  $x(t)$ .

Тому, що реальні сигнали практично завжди мають випадковий характер, то цей критерій страждає визначеною неточністю. При випадковому характері вихідної функції доцільно скористатись критерієм середньоквадратичного відхилення.

### Хід роботи

1. Визначити період квантування  $T_k$  на основі критерію Котельникова.
  - побудувати графік функції заданого сигналу;
  - зобразити даний сигнал за допомогою інтерполяційного ряду теореми Котельникова;
  - визначити спектральну щільність сигналу;
  - обчислити середню потужність сигналу;
  - обчислити дисперсію приведеної похибки.
2. Визначити період квантування  $T_k$  на основі критерію припустимого відхилення:
  - побудувати графік функції заданого сигналу;
  - визначити крок квантування;
  - визначити значення апроксимації функції в вузлах апроксимації;
  - визначити функцію апроксимації;
  - побудувати функцію апроксимації
  - визначити експериментально похибку апроксимації.

### Варіанти завдання

Варіант	Функція	$A_0$	Параметр $a$	Межі	
				$t_1$	$t_2$
1	$x(t) = A_0 \exp(-at)$	2	5	0	2
2	$x(t) = A_0 \cos(at)$	1	$\pi$	0	$2\pi$
3	$x(t) = A_0 \exp(2at)$	0,5	1	0	6
4	$x(t) = A_0 (at)^2$	0,3	2	0	3
5	$x(t) = A_0 + tg(at)t^2$	3	0,5	0	3
6	$x(t) = A_0 + \arctg(at)t^3$	2	0,3	0	4
7	$x(t) = A_0 \arcsin(at)t$	2	0,3	0	3

8	$x(t) = A_0 \arccos(at)t$	3	0,25	0	3
9	$x(t) = A_0 \sin(at)$	1	2	0	2
10	$x(t) = (A_0 t)^2 \lg(at)$	0,5	0,25	0	3

### Питання для перевірки

1. В чому полягає сутність квантування неперервного сигналу по часу та по рівню?
2. Охарактеризуйте переваги дискретної та неперервної передачі інформації.
3. Яка ціль квантування сигналів?
4. Сформууйте частотний критерій Котельникова.
5. Сформууйте критерій Железнова.
6. Сформууйте критерій припустимого відхилення.
7. Які переваги та недоліки відомих критеріїв.
8. Поясніть фізичну можливість заміни неперервної функції з обмеженим спектром сукупністю її миттєвих значень.
9. Які теоретичні незручності при використанні в якості моделі сигналу функції з обмеженим спектром?
10. В чому полягають труднощі технічної реалізації способу передачі інформації, який ґрунтується на теоремі Котельникова?

### 3 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

#### ДОСЛІДЖЕННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

**Мета роботи:** ознайомитися з основними характеристиками випадкового процесу, провести дослідження параметрів випадкових процесів на стаціонарність; набути навиків аналізу випадкових процесів.

#### Теоретичні відомості

Під випадковим (стохастичним) процесом розуміють таку випадкову функцію часу  $U(t)$ , значення якої в кожен момент часу випадкові. Конкретний вид випадкового процесу, зареєстрований в деякому досліді, називають реалізацією випадкового процесу. Дані, які характеризують всю множину можливих реалізацій, що називаються ансамблем.

Основними ознаками по яким класифікують випадкові процеси є простір станів, часовий параметр та статичні залежності між випадковими величинами  $U(t_i)$  в різні моменти часу  $t_i$ .

Простором станів називають множину можливих значень випадкової величини  $U(t_i)$ . Випадковий процес в якого множини станів складають континуум, а зміна станів можлива в будь-які моменти часу, називають неперервним випадковим процесом. Якщо зміна станів допускається лише в кінцевому чи рахуючому числі моментів часу, то говорять про неперервну випадкову величину.

В відповідності до визначення випадковий процес  $U(t)$  може бути описаний системою  $N$  звичайно залежних випадкових величин  $U_1=U(t_1), \dots, U_n=U(t_n)$ , взятих в різні моменти часу  $t_1, t_2, \dots, t_n$ . При необмеженому збільшенні числа  $N$  така система еквівалентна випадковому процесу, що розглядається.

В більшості випадків для характеристики випадкових процесів використовують моментні функції перших двох порядків: математичне сподівання, дисперсія, а також кореляційну функцію

$$m(U(t_1)) - M(U(t_1)) = \int_{-\infty}^{\infty} U_1 P_1\left(\frac{U_1}{t_1}\right) dU_1, \quad (3.1)$$

де  $P_1(U_1; t_1)$  – одновимірна густина імовірності або одновимірна функція розподілення випадкового процесу. Фізично-математичне сподівання

наводить значення сукупності вибірок випадкового процесу в визначений момент часу  $t_1$ .

Дисперсія – це математичне сподівання квадрата відхилення величини  $U(t_1)$  від математичного сподівання в визначений момент часу  $t_1$ .

Дисперсія наводиться формулою

$$D(U(t_1)) = M((U(t_1) - mU(t_1))^2) = \int_{-\infty}^{\infty} (U_1 - M(U(t_1)))^2 P_1(U_1; t_1) dU_1. \quad (3.2)$$

Вона показує міру розкиду значення випадкової величини коло математичного сподівання. Корінь квадратний з дисперсії прийнято називати середнім квадратичним відхиленням випадкової величини

$$G^2(U(t_1)) = M(U^2(t_1)) = \int_{-\infty}^{\infty} U^2 P_1(U_1; t_1) dU_1. \quad (3.3)$$

Фізично початковий момент другого порядку є повна середня потужність випадкової величини.

Випадкові процеси можуть мати однакові математичні сподівання (рис. 3.1) і дисперсію, але різко відрізняються по швидкості зміни своїх значень у часі.

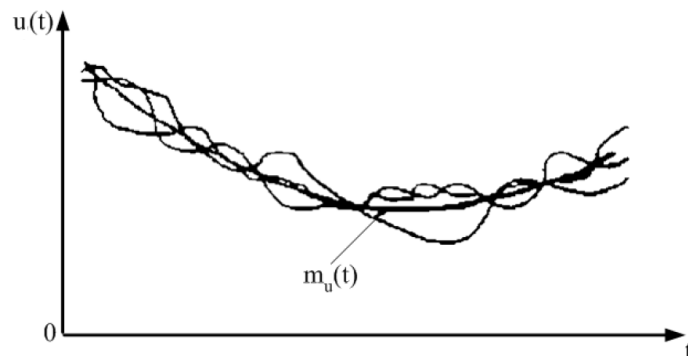


Рисунок 3.1 – Математичне сподівання для різних процесів

Тому для оцінки ступеня статичної залежності миттєвих значень процесу  $U(t)$  в будь-які моменти часу  $t_1$  та  $t_2$  використовується випадкова функція аргументів  $R_u(t_1, t_2)$ , яка називається автокореляційною або просто кореляційною функцією.

При конкретних аргументах  $t_1$  та  $t_2$  вона дорівнює кореляційному моменту значень процесу  $U(t_1)$  та  $U(t_2)$

$$R_u(t_1, t_2) = m_1(U(t_1), U(t_2)). \quad (3.4)$$

Двовимірним законом розподілу випадкової функції  $X(t)$  називається закон розподілу  $f(x_1, x_2, t_1, t_2)$  системи двох випадкових розмірів  $X(t_1)$  та  $X(t_2)$ , що є значеннями випадкової функції для різних значень аргументів  $t=t_1$  та  $t=t_2$ .

Математичним сподіванням випадкової функції  $X(t)$  називається не випадкова функція  $m_x(t)$ , що при кожному даному значенні аргументу дорівнює математичному сподіванню значення випадкової функції при тому ж значенні аргументу  $m_x(t) = M(X(t))$ .

Кореляційною функцією випадкової функції  $X(t)$  називається не випадкова функція двох аргументів  $K_x(t_1, t_2)$ , що при кожній парі значень  $t_1$  та  $t_2$  дорівнює кореляційному моменту відповідних значень випадкової функції

$$K_x(t_1, t_2) = M(X(t_1), X(t_2)), \quad (3.5)$$

де  $X(t) = X(t) - m_x(t)$  – центрована випадкова функція.

При  $t=t_1=t_2$  кореляційна функція  $K_x(t_1, t_2)$  перетворюється в дисперсію випадкової функції  $X(t)$ , тобто

$$K_x(t_1, t_2) = D(t) = \sigma_x^2(t). \quad (3.6)$$

Нормованою кореляційною функцією випадкової функції  $X(t)$  називається функція

$$r_x(t_1, t_2) = \frac{K_x(t_1, t_2)}{\sigma_x(t_1)\sigma_x(t_2)}. \quad (3.7)$$

Взаємною кореляційною функцією двох випадкових функцій  $X(t)$  та  $Y(t)$  називається функція двох аргументів  $R_{xy}(t_1, t_2)$ , що при кожній довільно обраній парі їхніх значень дорівнює кореляційному моменту відповідних значень  $X(t_1)$  та  $Y(t_2)$  цих випадкових функцій

$$R_{xy}(t_1, t_2) = M(X(t_1), Y(t_2)). \quad (3.8)$$

Нормованою взаємною кореляційною функцією двох випадкових функцій  $X(t)$  та  $Y(t)$  називається функція

$$r_{xy}(t_1, t_2) = \frac{R_{xy}(t_1, t_2)}{\sigma_x(t_1)\sigma_y(t_2)}. \quad (3.9)$$

Випадкові функції  $X(t)$  та  $Y(t)$  називаються некаліброваними, якщо

$$R_{xy}(t_1, t_2) = 0. \quad (3.10)$$

Канонічним розкладанням випадкової функції  $X(t)$  називається подання її у виді

$$X(t) = m_x(t) + \sum_{k=1}^n X_k \varphi_k(t), \quad (3.11)$$

де  $X_k$ , ( $k=1, 2, \dots, n$ ) – центровані некорельовані випадкові розміри з дисперсіями  $D_k$ ;  $\varphi_k(t)$  – не випадкові функції.

Стаціонарні випадкові процеси – це процеси, що протікають в часі однорідно, мають вид неперервних випадкових коливань навколо середнього значення  $(-, +)$ .

Якщо математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення та кореляція є постійними, то такі процеси – стаціонарні.

Якщо ми маємо випадкові процеси, що не витримують таких умов але на якомусь визначеному інтервалі відхиленням даних параметрів від константи можна знехтувати, то такий процес називають квазістаціонарним.

В будь-якій динамічній системі випадковий процес починається з так званого «перехідного» процесу і потім переходить в встановлений режим, який з деяким наближенням можна вважати стаціонарним. Потрібно сказати, що стаціонарні випадкові процеси неперервні в часі, а значить не мають ні початку ні кінця. Відомо два поняття: стаціонарність в обмеженому розумінні і стаціонарність в широкому.

Під стаціонарними процесами в вузькому смислі розуміють випадкові процеси, для яких функції розподілу густини ймовірності  $\omega_n(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n)$  вільного порядку  $n$  не змінюється при будь-якому зсуві всієї групи точок  $t_1, t_2, \dots, t_n$  повздовж осі часу

$$\omega_n(x_1, t_1; x_2, t_2; \dots; x_n, t_n) = \omega_n(x_1, t_1 + \tau; x_2, t_2 + \tau; \dots; x_n, t_n + \tau). \quad (3.12)$$

Із наведеного означення можна сказати, що для стаціонарних процесів:

а) одновимірна функція розподілу густини ймовірності не залежить від часу

$$\omega_1(x, t_1) = \omega_1(x, t_1 + \tau) = \omega_1(x);$$

б) двовимірна функція розподілу густини ймовірності залежить тільки від різниці часу  $t_2 - t_1 = \tau_1$  та  $t_3 - t_1 = \tau_2$

$$\omega_3(x_1, t_1; x_2, t_2; x_3, t_3) = \omega_3(x_1, x_2, x_3; t_2 - t_1; t_3 - t_1) = \omega_3(x_1, x_2, x_3, \tau).$$

Оскільки математичне сподівання і дисперсія подаються через одновимірну функцію розподілу густини ймовірності, виходячи з чого можна сказати, що для стаціонарного процесу математичне сподівання і дисперсія не залежать від часу. Внаслідок залежності двовимірної функції розподілу тільки від різниці часу  $t_2 - t_1 = \tau_1$ , кореляційна функція стаціонарного процесу також залежить тільки від різниці часу  $\tau$ .

Стаціонарною випадковою функцією в широкому змісті називається така випадкова функція  $X(t)$ , математичне сподівання якої постійне, а кореляційна функція залежить тільки від різниці аргументів, тобто

$$m_x(t) = \text{const},$$

$$K_x(t_1, t_2) = k_x(\tau), \quad (3.13)$$

де  $\tau = t_2 - t_1$ .

Дисперсія стаціонарною випадковою функцією постійна

$$D_x(t) = K_x(t_1, t_2) = k_x(0) = \text{const}, \quad (3.14)$$

Нормована кореляційна функція  $\rho_x(\tau)$  стаціонарної випадкової функції  $X(t)$  має вигляд

$$\rho_x(\tau) = \frac{k_x(\tau)}{D_x} = \frac{k_x(\tau)}{k_x(0)}. \quad (3.15)$$

## Спектральне розкладання

$$X(t) = m_x + \sum_{k=0}^{\infty} (Y_k \cos \omega_k t + Z_k \sin \omega_k t), \quad (3.16)$$

де  $Y_k, Z_k, (k=0, 1, 2, \dots, n)$  – центровані некорельовані випадкові розміри.

Спектральна щільність будь-якої стаціонарної випадкової функції є невід’ємною функцією  $\omega$ .

Спектральна щільність  $S_x(\omega)$  і кореляційна функція  $k_x(\tau)$  пов’язані перетворенням Фур’є. У дійсній формі вони мають вигляд

$$\begin{cases} S_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} k_x(\tau) \cos \omega \tau d\tau; \\ k_x(\tau) = \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos \omega \tau d\omega, \end{cases} \quad (3.17)$$

приймаючи, що  $\tau=0, k_x(0)=D_x$  отримаємо

$$D_x = \int_0^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (3.18)$$

Нормованою спектральною щільністю  $\sigma_x(\omega)$  визначається

$$\sigma_x(\omega) = \frac{S_x(\omega)}{D_x}. \quad (3.19)$$

Це спектральна щільність, розподілена на дисперсію випадкової функції.

## Хід роботи

1. Згідно з варіантом вибрати функції  $x(t)$  та характеристики, що описують даний процес, побудувати графіки стаціонарного процесу;
2. Визначити значення кореляційної функції та отримати графік залежності;
3. Визначити значення спектральної щільності функції, що досліджується;



4. Побудувати графік залежності спектральної щільності функції, що досліджується, від зміни частоти процесу.

### Варіанти завдання

Варіант	$x(t)$	$A$	$\omega$	$\tau$	$t$	$a$
1	$\frac{\cos \omega t}{1 + \cos^2 2\omega t}$	2	1000	$\frac{\pi}{3}$	0,1	0,1
2	$\frac{\sin \omega t}{1 + \cos^2 2\omega t}$	3	2000	$\frac{\pi}{4}$	1	0,2
3	$\frac{\sin 2\omega t}{\sin \omega t + \cos 2\omega t}$	3	3000	$\frac{\pi}{5}$	0,2	0,3
4	$\frac{\sin 3\omega t}{ \sin \omega t  +  \cos \omega t }$	4	2000	$\frac{\pi}{6}$	0,5	0,4
5	$\cos e^{ \sin 3\omega t }$	2	1500	$\frac{\pi}{7}$	0,6	0,5
6	$\cos \omega t  \sin \omega t $	5	2500	$\frac{\pi}{8}$	0,3	0,6
7	$ctg\left(\cos \frac{1}{2} \omega t\right)$	6	3400	$\frac{\pi}{9}$	1,5	0,7
8	$e^{\sin \frac{1}{3} \omega t}$	5	800	$\frac{\pi}{10}$	0,8	0,8
9	$\sin\left(\frac{1}{2} \omega t\right)^2$	3	1600	$\frac{\pi}{16}$	1,2	0,1
10	$\sin\left(\omega\sqrt{1+t^2}\right)$	4	2300	$\frac{\pi}{3}$	0,5	0,2
11	$\cos\left(\omega\sqrt{1+t^2}\right)$	5	3500	$\frac{\pi}{4}$	0,6	0,3
12	$\sin(\cos \omega t)$	6	4200	$\frac{\pi}{5}$	0,4	0,4
13	$\cos(\sin \omega t)$	8	2000	$\frac{\pi}{6}$	0,2	0,6

### Питання для перевірки

1. Дайте пояснення математичному сподіванню та дисперсії випадкового процесу.
2. Що таке середнє квадратичне значення та середнє квадратичне відхилення випадкового процесу?
3. Що таке спектральна щільність випадкового процесу?

4. Що таке кореляційна функція випадкового процесу?
  5. Дайте пояснення стаціонарності випадкового процесу.
  6. Які основні властивості кореляційної функції стаціонарного процесу?
  7. Які випадкові процеси називаються ергодичними?
- Який випадковий процес називається білим шумом?

## 4 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 4

### ДОСЛІДЖЕННЯ ЯКОСТІ ЗОБРАЖЕННЯ, ЩО ОБРОБЛЯЄТЬСЯ

**Мета роботи:** ознайомитися з принципами дослідження якості зображення, що обробляється та вивчити команди, які використовуються для роботи із зображеннями.

#### Теоретичні відомості

Обробка цифрових зображень є досить яскравим і наочним прикладом перетворення та аналізу вимірювальних даних. Цифрове перетворення зображень широко використовують у промислових системах, вимірювальних відеосистемах, прикладних телевізійних системах, телебаченні тощо.

Призначення цифрового перетворення зображень полягає в створенні умов для поліпшення сприйняття зображення (наприклад, в рентгено- або ультразвукової медичної діагностики), формування певного художнього образу (в телебаченні), виділення інформативних ознак (в системах розпізнавання зображень, вимірювальних системах, системах моніторингу) тощо.

Слід розрізняти обробку зображень, призначену для зорового сприйняття, і обробку в пристроях автоматичного аналізу, де на перший план виходять завдання виділення ознак, визначення точних поточних координат об'єкта і формування даних про кількісні характеристики.

Зображення, що досліджуються, відображають закономірності взаємодії з ним світлового та електромагнітного випромінювання. Модуляція потоку світла відбувається як за величиною енергії, так і по спектральному розподілу і здійснюється в результаті взаємодії випромінювання з об'єктом дослідження внаслідок явищ поглинання, відбиття, розсіювання, заломлення, поляризації або інтерференції. Саме на цих властивостях, як правило, засноване використання обробки зображень в системах автоматичного аналізу з метою отримання кількісної інформації про об'єкти, що досліджуються.

Обробка зображення може бути виконання в чотири етапи:

- перетворення зображення в матрицю;
- виконання математичних перетворень матриці;
- відображення результатів на зображенні;

- збереження зображення.

Перший етап – перетворення зображення в матрицю – виконується шляхом зчитування даних з диска в матрицю.

Існують два режими:

- використання вбудованої функції READRGB для створення матриці, яка відповідає файлу;

- використання вбудованої функції READBMP для створення матриці, яка відповідає чорно-білому поданню файла.

На рисунку 4.1 наведено приклад введення зображення та отримання матриці, яка відповідає зображенню.

S := "mona.bmp"



S

M := READBMP(S)

M =

	179	180	181	182	183	184	185	186	187	188
191	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
192	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
193	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
194	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
195	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
196	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
197	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
198	255	255	255	255	255	255	255	255	255	255
199	0	255	255	255	255	255	255	255	255	255
200	0	0	255	255	255	255	255	255	255	255
201	0	0	0	255	255	255	255	255	255	255
202	0	0	0	0	0	255	255	255	255	255
203	0	0	0	0	0	0	255	255	255	255
204	0	0	0	0	0	255	255	255	255	255
205	0	0	0	0	255	255	255	255	255	255
206	255	0	0	0	255	255	255	255	255	...

Рисунок 4.1 – Приклад введення зображення та отримання матриці, яка відповідає зображенню

Для використання READRGB з ціллю створення матриці, яка містить зображення, виконують операції:

- розділити матриці на червоні, зелені та сині компоненти:

$$M := \text{READRGB}(\text{test2})$$

$$M\_red := \text{submatix}(M, 1, \text{rows}(M), 1, \text{cols}(m)/3)$$

$$M\_green := \text{submatix}(M, 1, \text{rows}(M), \text{cols}(m)/3 + 1, 2 * \text{cols}(m)/3)$$

$$M\_blue := \text{submatix}(M, 1, \text{rows}(M), 2 * \text{cols}(m)/3 + 1, 2 * \text{cols}(m));$$

- вибрати мишкою місце, де розмістити зображення;
- надрукувати назву мітки-накопичувача.

Якщо потрібно відображати лише червоні компоненти, потрібно включити всі три матриці, при цьому зелені і сині повинні містити нулі.

Якщо потрібно об'єднати три субматриці, потрібно створити і використати функцію:

$$\text{augment}(X, Y, Z) := \text{augment}(X, \text{augment}(Y, Z)).$$

Також до зображення можна застосувати всі доступні математичні інструментальні засоби, щоб змінити це зображення:

- освітління (рис. 4.2)

$$S1 := \frac{S}{2} + 120$$



S1

Рисунок 4.2 – Освітлення

- інверсія (рис. 4.3)

$$S2 := 255 - S$$



S2

Рисунок 4.3 – Інверсія

- масштабування інтенсивності (рис. 4.4)

$$S4 := 100 \cdot \log(S) \longrightarrow$$



S3

Рисунок 4.4 – Масштабування інтенсивності

- визначення налаштованої порогової функції (рис. 4.5)

$$f(x) := \text{if}(x < 120, 0, 255)$$

$$S4 := f(S) \longrightarrow$$



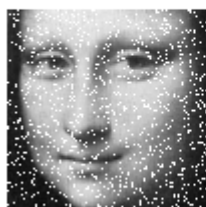
S4

Рисунок 4.5 – Визначення налаштованої порогової функції

- накладання шуму (рис. 4.6)

$$g(x) := \text{if}(\text{rnd}(1) < 0.1, 255, x)$$

$$\xrightarrow{\quad}$$

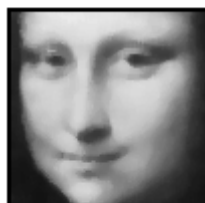
$$S5 := g(S)$$


S5

Рисунок 4.6 – Накладання шуму

- фільтрація (рис. 4.7)

$$\text{medfilt}(M, k) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in \frac{k-1}{2} \dots \text{rows}(M) - \frac{k+1}{2} \\ \quad \text{for } j \in \frac{k-1}{2} \dots \text{cols}(M) - \frac{k+1}{2} \\ \qquad \left| \begin{array}{l} \text{for } r \in 0 \dots k-1 \\ \qquad \text{for } s \in 0 \dots k-1 \\ \qquad \qquad A_{r,s} \leftarrow M_{i+r-\frac{k-1}{2}, j+s-\frac{k-1}{2}} \\ \qquad N_{i,j} \leftarrow \text{median}(A) \end{array} \right. \\ \qquad \qquad \qquad N \end{array} \right.$$

$$S6f := \text{medfilt}(S6, 5)$$


S6f

Рисунок 4.7 – Фільтрація

Крім перелічених математичних інструментальних засобів обробки зображень можна виконувати ще ряд маніпуляцій, зокрема, виділення контурів об'єктів на зображенні, яке проілюстроване на рис. 4.8, методом Канні.

```
R:=READ_IMAGE("lena.bmp")
```

```
E:=canny(R,0.5,10,80)
```



R

E 255

Рисунок 4.8 – Виділення контуру зображення

Крім цього, для виділення контуру відомі такі методи як Собела, Лапласа, Марра-Хілдрета, Кірша, Робертса, Превітта, на основі низкочастотної фільтрації тощо.

Для будь якого зображення важливим фактором є якість. Тому при виділенні контуру необхідно підібрати оптимальний фільтр. А для оцінювання якості зображення використовують критерії, зокрема, PSNR та RMSE.

PSNR – це критерій пікового співвідношення сигнал/шум (peak signal-to-noise ratio), який визначається формулою

$$PSNR(n, m) = 20Lg \frac{255}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N d(n_i, m_i)^2}}, \quad (4.1)$$

де  $N$  – загальне число пікселів на кожному зображенні;  $n_i, m_i$  – пікселі двох зображень, що порівнюються;  $d(n_i, m_i)$  – різниця між кольорами відповідних пікселів.

Відповідно до критерію, чим більше значення PSNR, тим вищою вважається якість роботи фільтра.

RMSE – критерій похибки фільтрації, який визначається формулою



$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_i \sum_j (n(i, j) - m(i, j))^2}{N}}, \quad (4.2)$$

де  $N$  – кількість пікселів, що обробляються;  $m(i, j)$  – фільтроване зображення;  $n(i, j)$  – початкове зображення.

Для RMSE, чим нижче значення похибки фільтрації, тим вища якість роботи фільтра.

### Хід роботи

1. Отримати у викладача вхідне зображення для виконання лабораторної роботи.
2. Отримати матрицю вхідного зображення.
3. Освітлити зображення, провести його інверсію, масштабувати інтенсивність, визначити налаштовану порогову функцію.
4. Отримати матриці зображення після кожної дії.
5. Накласти шум на зображення.
6. Отримати матрицю зашумленого зображення.
7. Відфільтрувати зашумлене зображення.
8. Отримати матрицю відфільтрованого зображення.
9. Порівняти вхідне зображення з відфільтрованим згідно критеріїв PSNR та RMSE. Заповнити таблицю результатів порівняння фільтрованих зображень (табл. 4.1).

Табл. 4.1 – Результати порівняння фільтрованих зображень

	PSNR	RMSE
Без фільтрації		
Фільтр		

10. Виділити контури об'єктів на зображенні.
11. Отримати матрицю такого зображення.
12. Порівняти таке зображення з вхідним згідно критеріїв PSNR та RMSE. Заповнити таблицю результатів порівняння методів виділення контурів об'єктів на зображенні (табл. 4.2).

Табл. 4.2 – Результати порівняння методів виділення контурів об’єктів на зображенні

Критерій	PSNR		RMSE	
Метод	Зображення з 100% шумом	Розмите з 100% шумом	Зображення з 100% шумом	Розмите з 100% шумом

### Питання для перевірки

1. Яка ціль обробки зображення?
2. Які існують етапи обробки зображення?
3. Які особливості обробки чорно-білого зображення?
4. Які особливості обробки кольорового зображення?
5. Що означають цифри в матриці зображення?
6. Навіщо перед фільтрацією зображення його зашумлюють?
7. Фільтрація зображення. Види. Призначення.
8. Виділення контурів об’єктів на зображенні.
9. За якими критеріями порівнюють зображення?

## 5 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 5

### ЗАВАДОСТІЙКЕ КОДУВАННЯ

**Мета роботи:** ознайомитися з методами завадостійкого кодування та засвоїти методику побудови завадостійкого коду.

#### Теоретичні відомості

Під завадостійкими кодами розуміють коди, які дозволяють виявляти або виявляти та виправляти помилки, які виникають у результаті впливу завад.

Завадостійкість кодування забезпечується за рахунок введення надлишковості в кодові комбінації, тобто за рахунок того, що не всі символи в кодових комбінаціях використовуються для передачі інформації.

У блокових кодах кожному повідомленню співставляється кодова комбінація (блок) із визначеної кількості сигналів. Блоки кодуються та декодується окремо.

Рівномірні – коли довжина кодової комбінації  $n = const$ . Нерівномірні –  $n = Var$ .

В неперервних кодах введення надлишковості в послідовності вхідних символів здійснюється без розбивки її на окремі блоки.

Як блокові так і неперервні коди в залежності від методів внесення надлишковості розділяються на роздільні та нероздільні.

В роздільних кодах чітко розділяється роль окремих символів. Одні символи являються інформаційними, інші – перевірочними.

Нероздільні коди не мають чіткого поділу кодової комбінації на інформаційні та перевірочні символи. Цей клас кодів поки що нечисленний.

Розділювані блочні коди діляться на несистематичні, які будуються таким чином, що перевірочні символи визначаються як сума підблоків довжиною  $L$ , по яким розділяється блок інформаційних символів.

Систематичні коди – в яких перевірочні символи визначаються в результаті проведення лінійних операцій над визначеними інформаційними символами.

Для випадку двійкових кодів кожен перевірочний символ вибирається таким, щоб його сума за модулем два з визначеними інформаційними символами стала рівною нулю.

Кодова посилка має:

- значимість коду  $n$ ;
- основу  $m$ ;
- вага кодової комбінації  $w$  (кількість одиниць в кодовій комбінації).

Наприклад, 100110001 –  $n=9$ ,  $w=4$ .

Ступінь відмінності будь-яких двох кодових комбінацій даного коду характеризується відстанню між кодами  $d$ .

Вона наводиться числом позицій або символів, у яких комбінації відрізняються одна від одної, і визначається як вага суми за модулем 2 даних кодових комбінацій.

Наприклад,

100110001

+

110101001

010011000

Нова кодова комбінація має вагу  $w=4$ . Відстань між початковими кодовими комбінаціями –  $d=4$ .

Помилки, які виникли в наслідок впливу завад, виявляються в тому, що в одному чи декількох розрядах кодової комбінації нулі переходять в 1 та навпаки. В результаті створюється нова помилкова комбінація.

Завадостійкість кодування забезпечується введенням надлишковості в кодових комбінаціях  $k < n$ , де  $n$  – кількість символів в комбінаціях,  $k$  – кількість інформаційних символів.

Крім того,  $N_0 = 2^n$  – кількість можливих кодових комбінацій,  $N = 2^k$  – кількість комбінацій, які використовуються для передачі.

Всі комбінації діляться на дві групи:

- $N = 2^k$  – дозволені комбінації;
- $N_0 - N = 2^n - 2^k$  – заборонені комбінації.

Кожна із  $N$  дозволених комбінацій може транспортуватись в нову  $N_0$  можливих комбінацій:

- $NN_0$  – кількість варіантів передачі, із них  $N$  – варіантів безпомилкові;
- $N(N-1)$  – кількість варіантів переходу в інші дозволені комбінації;
- $N(N_0 - N)$  – кількість варіантів переходу в заборонені комбінації.

Таким чином не всі спотворення можуть бути виявлені.

Доля виявлених помилкових комбінацій складає:

$$\frac{N(N_0 - N)}{NN_0} = 1 - \frac{N}{N_0}. \quad (5.1)$$

Для використання даного коду в якості виправляючої множини заборонених кодових комбінацій розбивається на  $N$  непересічних підмножин. Кожне із підмножин ставиться в відповідності до однієї із дозволених комбінацій. Якщо прийнята заборонена комбінація належить підмножині, то рахується що передача комбінацій.

Помилка буде виправлена в тому випадку, коли отримана комбінація дійсно утворена із комбінації.

Частка виправлених кодових комбінацій

$$\frac{N_0 - N}{N(N_0 - N)} = \frac{1}{N}. \quad (5.2)$$

Таким чином помилка виправляється в  $N_0 - N$  випадках, рівних кількості заборонених комбінацій.

### Хід роботи

1. На основі виданого варіанта визначити необхідні параметри завадостійкого коду.
2. Побудувати завадостійкий код з відповідною корегувальною здатністю.
3. Обчислити кількість інформаційних символів.
4. Підібрати  $n$ , таким чином, щоб тримати стільки дозволених кодових комбінацій, оскільки посилянь, що потрібно передати –  $P$ .
5. Визначити коефіцієнт надмірності.
6. Зробити висновки по роботі.

### Варіанти завдання

Варіант	Кількість посилянь $P$	Кратність помилок, що виявляються $t$	Кратність помилок, що виправляються $\sigma$
1	20	1	1
2	10	2	1
3	8	3	1

4	6	2	2
5	4	4	1
6	2	4	2

### Питання для перевірки

1. Яка ціль кодування?
2. Дайте пояснення завадостійкому кодуванню.
3. Як визначається кодова відстань?
4. Що таке вектор помилки?
5. Що таке значність і вага кодової комбінації?
6. Який зв'язок корегуючої здатності коду з кодовою відстанню?
7. Які показники оцінюють якість корегуючих кодів?
8. Які основні типи кодів Ви знаєте?

## 6 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

### СТИСНЕННЯ ДАНИХ МЕТОДОМ ШЕННОНА-ФАНО

**Мета роботи:** засвоїти методику побудови коду Шеннона-Фано та виконати побудову коду.

#### Теоретичні відомості

При передачі повідомлень, закодованих двійковим рівномірним кодом не враховують статистичну структуру повідомлень, які в незалежно від ймовірності їх появи являють собою кодові комбінації однакової довжини, тобто кількість двійкових символів не одне постійне повідомлення. Такі коди мають надлишковість. Найбільш ефективним способом зменшення надлишковості повідомлення є побудова оптимальних кодів, які мають мінімальну довжину кодових слів. Враховуючи статистичні властивості джерела повідомлення, можна мінімізувати середнє число символів, які потрібні для подання одного знаку повідомлення, що при відсутності шуму дозволяє зменшити час передачі або об'єм запам'ятовуючого пристрою.

Ефективне кодування повідомлення для передачі їх по дискретному каналу без перешкод базується на теоремі Шеннона – повідомлення джерела з ентропією  $H(Z)$  завжди можна закодувати послідовностями символів з об'ємом алфавіту так, що середнє число символів на знак повідомлення  $L_{сер}$  буде якомога ближче до величини  $\frac{H(Z)}{\log(m)}$ , але менше її.

Для одержання оптимального коду, що має мінімальну довжину кодової комбінації, необхідно домагатися найменшої надмірності кожного з кодів слова, що у свою чергу повинні будуватися з рівноймовірнісних і взаємозалежних символів. При цьому кожен кодовий елемент повинен приймати значення 0 чи 1 по можливості з рівними ймовірностями, а вибір подальшого елемента повинен бути незалежним від попереднього. Алгоритм побудови такого коду вперше був запропонований К. Шенноном у 1948 році і трохи пізніше модифікований Р. Фано, у зв'язку з чим він одержав назву Шеннона-Фано.

Відповідно до алгоритму на початку процедури кодування всі символи алфавіту джерела заносяться в таблицю в порядку зменшення ймовірностей. На першому етапі кодування символи розбиваються на дві групи таким чином, щоб суми ймовірностей символів у кожній з них були по можливості однакові. Усім символам верхньої групи присвоюється

елемент кодової комбінації 0, а всім нижнім – 1. На другому етапі кодування кожна з груп знову розбивається на дві рівномірнісні підгрупи. Другому елементу кодових комбінацій для верхньої підгрупи присвоюється значення 0, а нижній – 1. Процес кодування продовжується до тих пір, поки в кожній підгрупі не залишиться по одному символу. Аналогічно може бути побудований альтернативний варіант оптимального префіксного коду Шеннона-Фано, у якому в процесі кодування верхнім підгрупам символів присвоюється кодовий елемент 1, а нижнім – 0. Цей код відрізняється від попереднього тим, що його кодові комбінації для відповідних символів будуть інверсними.

Розглянемо алгоритм Шеннона-Фано на прикладі кодування джерела, алфавіт якого складається з 8 символів  $a_i$ , ( $i=1, 2, \dots, 8$ ), а імовірності появи символів у повідомленні дорівнюють від'ємним ступеням двійки, тобто  $P(a_i) = \left(\frac{1}{2}\right)^i$ . У прикладі прийнято  $P(a_8) = P(a_7) = \left(\frac{1}{2}\right)^7$ . Процедура розбивання символів на групи й підгрупи та утворення кодових слів показані у табл. 6.1.

Таблиця 6.1 – Розбивання символів на групи й підгрупи

Символи $a_i$	Імовірності $P(a_i)$	Етапи кодування							Кодові комбінації
		I	II	III	IV	V	VI	VII	
$a_1$	$\frac{1}{2}$	0							0
$a_2$	$\frac{1}{4}$	1	0						10
$a_3$	$\frac{1}{8}$	1	1	0					110
$a_4$	$\frac{1}{16}$	1	1	1	0				1110
$a_5$	$\frac{1}{32}$	1	1	1	1	0			11110
$a_6$	$\frac{1}{64}$	1	1	1	1	1	0		111110
$a_7$	$\frac{1}{128}$	1	1	1	1	1	1	0	1111110
$a_8$	$\frac{1}{128}$	1	1	1	1	1	1	1	1111111



Середнє число бітів на символ при кодуванні в даному випадку кодом Шеннона-Фано дорівнює

$$L_{\text{сее}} = \sum_{i=1}^8 P(a_i) l(a_i) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} 2 + \frac{1}{8} 3 + \frac{1}{16} 4 + \frac{1}{32} 5 + \frac{1}{64} 6 + \frac{1}{128} 7 + \frac{1}{128} 8 = 1 \frac{63}{64},$$

а ентропія джерела

$$\begin{aligned} H(A) &= \sum_{i=1}^8 P(a_i) \log(a_i) = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} \log\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{8} \log\left(\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{16} \log\left(\frac{1}{16}\right) + \\ &+ \frac{1}{32} \log\left(\frac{1}{32}\right) + \frac{1}{64} \log\left(\frac{1}{64}\right) + \frac{1}{128} \log\left(\frac{1}{128}\right) + \frac{1}{128} \log\left(\frac{1}{128}\right) = 1 \frac{63}{64}. \end{aligned}$$

Таким чином код Шеннона-Фано для заданого розподілу ймовірностей символів є оптимальним, оскільки середнє число бітів на символ в точності дорівнює ентропії джерела. При звичайному кодуванні для подання кожного символу необхідно 3 біта. Коефіцієнт стиснення повідомлення за рахунок нерівномірного кодування Шеннона-Фано дорівнює

$$\frac{1 \frac{63}{64}}{3} = 0.66 = 66\%.$$

Таким чином, коефіцієнт стиснення складає 66%.

### Хід роботи

1. На основі варіанта виконати стиснення вхідного повідомлення, використовуючи алгоритм побудови кода Шеннона-Фано.
2. Обчислити ймовірність кожного символу повідомлення.
3. Обчислити середнє значення кількості бітів на один символ.
4. Визначити коефіцієнт стиснення.
5. Отримати кодові комбінації кожного символу.
6. Зробити висновки по роботі.

### Варіанти завдання

Варіант	Вхідне повідомлення
1	“The world is big the life is long”
2	“tentomentoentetento”
3	“In vina veritas”
4	“pacta sunt servanda”
5	“Homo sapiens????????”
6	“”Homo sapiens – golota sapiens
7	“Nil desperandum”
8	“It’s a to good day to die”
9	“Nemo me impune lacessit”

### Питання для перевірки

1. За рахунок чого зменшується середня довжина кодових слів оптимального коду?
2. Який принцип побудови кодів Шеннона-Фано?
3. Вкажіть переваги та недоліки методики Шеннона-Фано.
4. Завдяки чому збільшується ефективність кодування?
5. В чому полягає теорема Шеннона?
6. Як визначається коефіцієнт стиснення вхідного повідомлення?

## 7 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 7 СТИСНЕННЯ ДАНИХ МЕТОДОМ ХАФФМЕНА

**Мета роботи:** засвоїти методику побудови коду Хаффмена та виконати кодування.

### Теоретичні відомості

Алгоритм Шеннона-Фано не завжди приводить до однозначної побудови коду. Це викликано тим, що при розбивці  $m$  символів джерела на підгрупи можна зробити більшої по імовірності як верхню, так і нижню підгрупи. При різній розбивці на підгрупи середнє число бітів на символ може бути різним. Більш ефективний є алгоритм, запропонований Хаффменом у 1952 р., що дозволяє побудувати оптимальний код з найменшим для даного розподілу імовірностей середнім числом бітів на символ. Тобто

$$I_{cp} = \min \left( \sum_{i=1}^m P(a_i) l(a_i) \right).$$

За алгоритмом Хаффмена (табл. 7.1) символи повідомлення упорядковуються по зменшенню ймовірностей і розташовуються в основний стовпець таблиці таким чином, що  $P(a_i) \geq P(a_j)$  для усіх  $i < j$ .

Таблиця 7.1 – Алгоритм Хаффмена

Символи $a_i$	Імовірності $P(a_i)$	Додаткові стовпці						
$a_1$	0,22	0,22	0,22	0,26	0,32	0,42	0,58	1
$a_2$	0,2	0,2	0,2	0,22	0,26	0,32	0,42	
$a_3$	0,16	0,16	0,16	0,2	0,22	0,26		
$a_4$	0,16	0,16	0,16	0,16	0,2			
$a_5$	0,1	0,1	0,16	0,16				
$a_6$	0,1	0,1	0,1					
$a_7$	0,04	0,06						
$a_8$	0,02							

Два останніх символи поєднуються в один допоміжний, імовірність якого дорівнює сумарної імовірності складових його символів. Усі символи, що залишилися, разом з утвореним допоміжним символом, знову розташовуються по зменшенню імовірностей у додатковому стовпці. Два останніх елементи стовпця поєднуються в другий допоміжний символ, і утворюється подальший додатковий стовець, у якому всі елементи розташовані в порядку убутання імовірностей. Процедура продовжується доти, поки не вийде єдиний допоміжний символ, що має імовірність, рівну одиниці. Для формування кодових комбінацій, що відповідають символам даного повідомлення, необхідно простежити шлях переходу символів по рядкам і стовпцях таблиці. При побудові кодів Хаффмена найчастіше використовуються кодові дерева. З однієї сторони: це дозволяє більш наочно відобразити процедури кодування і декодування, а з іншого боку – полегшити програмну реалізацію цих процедур, зображених у вигляді кодового дерева на рис. 7.1, а і таблиці коду Хаффмена на рис. 7.1, б.

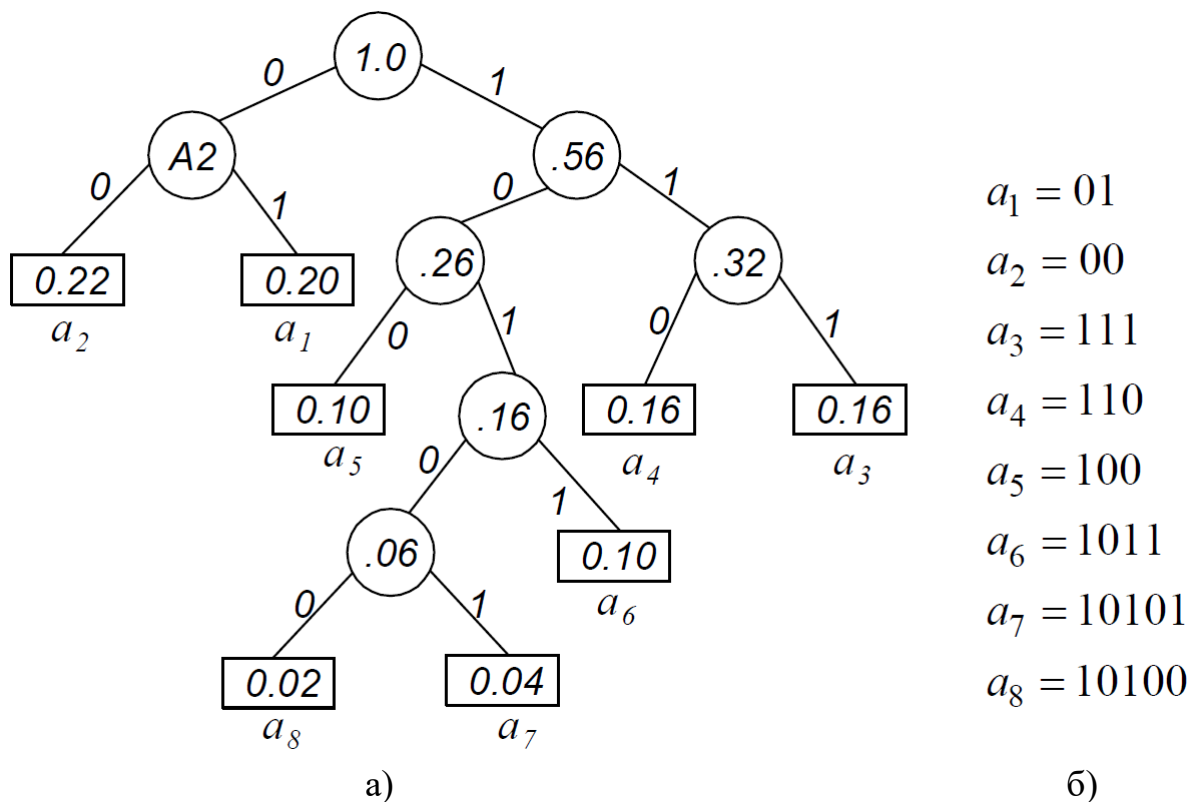


Рисунок 7.1 – Кодове дерево (а) і таблиця коду Хаффмена (б)

Побудова дерева (рис. 7.1, а) починається з кореневого вузла, імовірність якого дорівнює 1. З кореня проводяться дві вітки, причому

вітці з більшою імовірністю присвоюється значення (біт) 1, а з меншою імовірністю присвоюється значення 0. Знову утворені вузли можуть відображати одиночний чи допоміжний символи. В останньому випадку вузол є проміжним і з кожного з них, у свою чергу, знову проводяться по двох вітках. Таке послідовне розгалуження продовжується доти, поки не буде досягнутий вузол, що відповідає імовірності символа алфавіту (вузол листа). Рухаючись по кодовому дереву від кореня зверху вниз, можна записати для кожного символа відповідну йому кодову комбінацію (рис. 7.1, б). Середнє число бітів на символ при такій побудові коду складає

$$L_{cp} = \sum P(a_i)l(a_i) = 0.22 \times 2 + 0.2 \times 2 + 0.16 \times 3 + 0.16 \times 3 + 0.1 \times 3 + 0.1 \times 4 + 0.04 \times 5 = 2.86 \text{ біта}$$

Ентропія джерела повідомлення дорівнює:

$$H(A) = -\sum P(a_i) \log(a_i) = -(0.22 \log 0.22 + 0.21 \log 0.2 + 0.16 \log 0.16 + 0.16 \log 0.16 + \\ + 0.1 \log 0.1 + 0.1 \log 0.1 + 0.041 \log 0.04 + 0.02 \log 0.02) = 2.754 \text{ біта}$$

Як видно з розглянутого прикладу, середня довжина кодової комбінації й ентропія джерела практично збігаються, тобто отриманий код є оптимальним.

Алгоритм Хаффмена є дво прохідний, тому що при його реалізації потрібно двічі переглядати кодоване повідомлення. При першому проході обчислюються імовірності (частоти) появи символів у повідомленні і будується хаффменівське дерево.

При другому проході здійснюється кодування символів, що надійшли від джерела. У цьому випадку визначається значення галузей дерева при русі від листа, що відповідає кодованому символу, до кореня. Очевидно, що для прискорення процедури декодування біти кодової комбінації на вихід кодера повинні видаватися, починаючи зі старшого розряду, тобто з галузі дерева, що виходить від кореня. На практиці замість імовірностей символів використовують абсолютні значення кількості (вага) символів у переданому повідомленні, тому що кількість символів пропорційно імовірності їхньої появи. Для однозначного декодування таблиця імовірностей символів повідомляється декодеру.

### **Хід роботи**

1. На основі варіанта з попередньої лабораторної роботи виконати стиснення вхідного повідомлення, використовуючи алгоритм побудови кода Хаффмена.
2. Обчислити імовірність кожного символу повідомлення.
3. Обчислити середнє значення кількості бітів на один символ.
4. Визначити коефіцієнт стиснення.
5. Отримати кодові комбінації кожного символу.
6. Зробити висновки по роботі.

### **Питання для перевірки**

1. За рахунок чого зменшується середня довжина кодових слів оптимального коду?
2. Який принцип побудови кодів Хаффмена?
3. Вкажіть переваги та недоліки методики Хаффмена.
4. Яким чином будується дерево Хаффмена?
5. Як визначається коефіцієнт стиснення вхідного повідомлення?
6. Дайте порівняльну характеристику методик кодування Хаффмена і Шеннона-Фано.

## 8 ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 8

### СТИСНЕННЯ ДАНИХ МЕТОДОМ ЗА ДОПОМОГОЮ АРИФМЕТИЧНОГО КОДУВАННЯ

**Мета роботи:** засвоїти методику арифметичного кодування.

#### Теоретичні відомості

При арифметичному стисненні повідомлень алфавіту джерела ставиться у відповідність числовий, відкритий праворуч, інтервал  $[0,1)$ , а кожен символ алфавіту зіставляється з різними ділянками цієї числової осі. Ширина інтервалу (діапазон) кожної ділянки залежить від ймовірності (частоти) появи символу в повідомленні.

Розглянемо, як приклад, алфавіт, що складається із шести символів А, В, С, D, E, ! з ймовірностями появи відповідно 0,1; 0,1; 0,3; 0,2; 0,2 та 0,1. Тоді інтервал  $[0,1)$  може бути розділений на ділянки таким чином

А:  $[0, 0,1)$ , В:  $[0,1, 0,2)$ , С:  $[0,2, 0,5)$ , D:  $[0,5, 0,7)$ , E:  $[0,7, 0,9)$ , !:  $[0,9, 1,0)$ .

Розподіл числової осі проілюстровано на рис. 8.1.

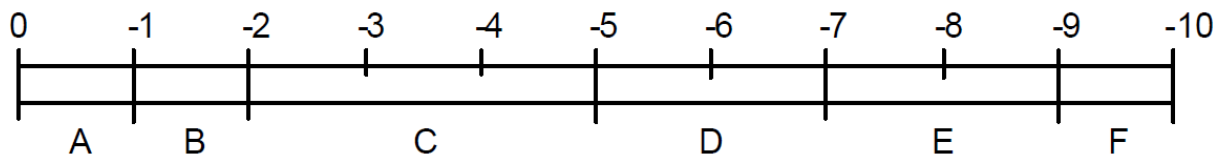


Рисунок 8.1 – Розподіл числової осі

Як видно з прикладу, поділ одиничного інтервалу зручно здійснюється підсумовуванням імовірностей кожного з границею попереднього.

В процесі стиснення рядок текстового повідомлення подається двома дробовими числами, що відображають деякий інтервал числової осі  $[0, 1)$ . До початку кодування припустимою областю для рядка повідомлення є весь інтервал  $[0, 1)$ . При надходженні від джерела першого символу йому виділяється інтервал, що відповідає розташуванню цього символу на осі  $[0, 1)$  відповідно до ймовірності появи його в повідомленні. Надходження подальшого символу звужує виділений інтервал. При цьому границі нового інтервалу визначаються числовим діапазоном, що відповідає черговому

символу, тобто ширина діапазону пропорційна ймовірності символу. З приходом подальшого символу виробляється подальше звуження інтервалу. Таким чином, зі збільшенням довжини рядка, що кодується, відбувається постійне звуження інтервалу. Теоретично його можна звужувати як завгодно довго, а на практиці цей інтервал обмежується технічними можливості пристроїв, що кодують (розрядністю слова).

Число бітів, необхідне для подання інтервалу шириною  $s$ , дорівнює  $\log(s)$ . Основа логарифму тут і в подальших виразах дорівнює 2. Ширина  $s$  останнього інтервалу рядка повідомлення, що складається з  $N_c$  символів, визначається добутком ймовірностей символів  $P_{jc}$  повідомлення

$$S = \prod_{i=1}^{N_c} P_{jc} .$$

В зв'язку з цим можна записати, що

$$-\log(x) = -\sum \log P_i = -\sum_{i=1}^m P(a_i) \log P(a_i), \quad (8.1)$$

де  $m$  – кількість різних символів повідомлення  $a_i$ , ( $i=1, 2, \dots, m$ ).

Таким чином, число бітів на кодування повідомлення при арифметичному кодуванні в точності дорівнює ентропії джерела.

Розглянемо процедуру арифметичного стиску на прикладі кодування рядка повідомлення (CADA!). Тут символ ! є ознакою закінчення рядка. Ймовірності появи символів і відповідні їм числові діапазони візьмемо з попереднього приклада. Початковий числовий діапазон, який виділяється для кодера, дорівнює одиниці  $[0,1)$ . Після надходження від джерела першого символу С числовий інтервал звужується до величини  $[0,2, 0,3)$ . З приходом подальшої букви А границі діапазону стають рівними  $[0,2, 0,23)$ . Процедура кодування наочно ілюструється на Рис. 2.22. Вертикальні лінії відображають початкову числову вісь  $[0, 1)$  і її подальші ділянки в збільшеному розмірі (промасштабовані на одиничну вісь) на різних етапах кодування. Який би не був довгий рядок, кінцевий діапазон завжди буде розташований в інтервалі першого кодуемого символу рядка. Розрахунок інтервалів здійснюється по рекурентній формулі, яка отримана на основі процедури арифметичного кодування, зображених на рис. 8.2



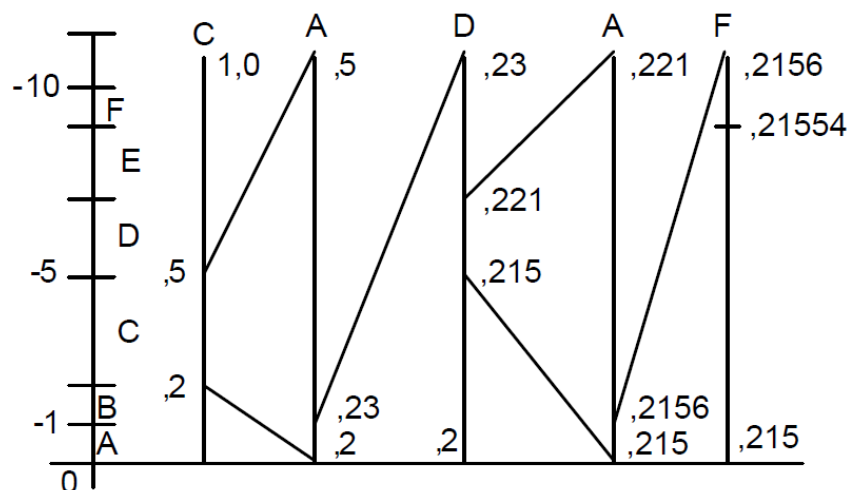


Рисунок 8.2 – Процедура арифметичного кодування

$$\begin{cases} (X_{\max} - X_{\min})X'_{\min} + X_{\min}; \\ (X_{\max} - X_{\min})X'_{\max} + X_{\min}, \end{cases} \quad (8.2)$$

де  $X_{\max}$  і  $X_{\min}$  – нижня і верхня границі для попередньої ітерації;  $X'_{\max}$  і  $X'_{\min}$  – границі інтервалу нового символу.

Границі інтервалів для всіх етапів кодування приведені у табл. 8.1.

Таблиця 8.1 – Границі інтервалів

Символи	Нижня границя інтервалу	Верхня границя інтервалу
Вихідний стан	0,0	1,0
C	0,2	0,5
A	0,2	0,23
D	0,215	0,221
A	0,215	0,2156
!	0,21554	0,2156

Таким чином, числовий інтервал із границями [0,21554, 0,2156) відображає рядок повідомлення (CADA!). Для кодування цього рядка може бути виконане будь-яке число з отриманого діапазону. Нехай таким числом є нижня границя інтервалу, тобто  $X=0,21554$ .

## Хід роботи

1. На основі варіанта виконати стиснення вхідного повідомлення, використовуючи алгоритм арифметичного кодування.
2. Обчислити імовірність кожного символу повідомлення.
3. Виконати числовий розподіл осі між символами.
4. Визначити нижню та верхню границю кожного символу.
5. Визначити кінцеву нижню та верхню границю повідомлення.
6. Зробити висновки по роботі.

## Варіанти завдання

Варіант	Вхідний алфавіт	Ймовірність появи	Вхідне повідомлення
1	“abcdefgh”	0,1; 0,2; 0,1; 0,3; 0,2; 0,2; 0,2; 0,3	“cadaf”
2			“fefehfa”
3			“bebehh”
4			“fefecf”
5			“hehecc”
6	“klmnopqae”	0,2; 0,3; 0,1; 0,3; 0,1; 0,1; 0,2; 0,2	“onopan”
7			“kalanaq”
8			“pelenop”
9			“aoaoao”
10			“nopaeapa”

## Питання для перевірки

1. Який принцип побудови арифметичних кодів?
2. Вкажіть переваги та недоліки арифметичних кодів?
3. В чому полягає основний алгоритм побудови арифметичного коду?
4. Як визначається верхня та нижня границя ітерації при кодуванні?
5. Як визначається верхня та нижня границя ітерації при розкодуванні?
6. Як відбувається розподіл відрізків числової осі між символами при арифметичному кодуванні?
7. Дайте порівняльну характеристику методик кодування Хаффмена, Шеннона-Фано, арифметичних кодів.

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Руденко В. С. Промислова електроніка / В. С. Руденко, В. Я. Ромашко, В. В. Трифонюк. – К. : Либідь, 1993. – 85 с.
2. Руденко В. С. Перетворювальна техніка / В. С. Руденко, В. Я. Ромашко, В. Г. Морозов. – К. : ICDO, 1996. – 640 с.
3. Гончаров Ю. П. Перетворювальна техніка / Ю. П. Гончаров, О. В. Будьонний, В. Г. Морозов, М. В. Панасенко, В. С. Руденко, В. Я. Ромашко. – Харків : Фоліо, 2000. – 480 с.
4. Руденко В. С. Основы преобразовательной техники / В. С. Руденко, В. И. Сенько, И. М. Чиженко. – М. : Высшая школа, 1980. – 360 с.
5. Руденко В. С. Преобразовательная техника / В. С. Руденко, В. И. Сенько, И. М. Чиженко. – К. : Вища школа, 1983. – 380 с.
6. Руденко В. С. Промышленная электроника / В. С. Руденко, В. И. Сенько, В. В. Трифонюк. – К. : Техніка, 1979. – 85 с.
7. Найвельт Г. С. Источники электропитания радиоэлектронной аппаратуры : справочник / Г. С. Найвельт. – М. : Радио и связь, 1985. – 640 с.
8. Лабунцов В. А. Энергетическая электроника : справочное пособие / В. А. Лабунцов. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 480 с.
9. Розанов Ю. К. Основы силовой электроники / Ю. К. Розанов. – М. : Энергоатомиздат, 1992. – 360 с.
10. Смирнов Ю. А. Электронные и микропроцессорные системы управления / Ю. А. Смирнов, А. В. Муханов. – М. : Лань, 2012. – 624 с.
11. Білінський Й. Й. Обробка інформації засобами комп'ютерної математики : лабораторний практикум / Й. Й. Білінський, В. В. Мотигін. - Вінниця : ВНТУ, 2005. – 126 с.

*Навчальне видання*

Методичні вказівки  
до виконання лабораторних робіт  
з дисципліни «Електронні системи»  
для студентів спеціальностей  
153 – «Мікро- та наносистемна техніка» та  
171 – «Електроніка»

Редактор В. Дружиніна

Укладачі: Білинський Йосип Йосипович  
Книш Богдан Петрович

Оригінал-макет підготовлено Б. Книшом

Підписано до друку .....  
Формат 29,7×42¼. Папір офсетний.  
Гарнітура Times New Roman.  
Друк різнографічний. Ум. др. арк. ....  
Наклад .... пр. Зам. № 2017-

Вінницький національний технічний університет,  
навчально-методичний відділ ВНТУ.  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, к. 2201.  
Тел. (0432) 59-87-36.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.

Віддруковано у Вінницькому національному технічному університеті  
в комп'ютерному інформаційно-видавничому центрі.  
21021, м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95,  
ВНТУ, ГНК, к. 114.  
Тел. (0432) 59-89-35.  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серія ДК № 3516 від 01.07.2009 р.